Alles zur Mathe Klausur am 23.09.2024

Inhalte

1. Liste der relevanten Themen

- Untersuchung von ganzrationalen Funktionen
  - [Ableitungen]
  - [Extremwerte]
  - Nullstellen
  - Wendestellen
  - Tangenten
  - allgemeines Wissen zu linearen Funktionen
  - …
- **Funktionen mit Parametern** (Funktionsscharen wie $f_a(x) = 2x + a$) Schwerpunkt der Klausur
  - Untersuchungen
  - Modellieren
- Exponentialfunktion (wie $f(x) = 2 \cdot 2^x$)
  - Logarithmus
- Lineares Gleichungssystem (erster Klausurteil)
  - hier kann man mit dem Gauss-Algorithmus arbeiten
  - Einsetzungs-, Gleichsetzungsverfahren
- [Ausklammern]
- Strecken, Stauchen, Verschieben und Drehen von Parabeln (für nen kleinen Teil der Klausur

2. Untersuchungen von ganzrationalen Funktionen

werden auch Polynomfunktionen genannt

2.1.1. Ableitungen

Ableitungen erfolgen wiefolgt:

$$\begin{aligned} f(x) &= 2x^2 \\ f'(x) &= 2 \cdot 2 + x^{2-1} \\ &= 4x \\ f''(x) &= 4 \cdot 1 + x^{1-1} \\ f''(x) &= 4 \end{aligned}$$

2.1.2. Extremwerte

H.p. = Hochpunkt
T.p. = Tiefpunkt

$$\begin{aligned} H.p.: f'(x_0) = 0 \text{ und } f''(x_0) < 0 \\ T.p.: f'(x_0) = 0 \text{ und } f''(x_0) > 0 \end{aligned}$$

Also muss folgendes gemacht werden:

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 \\ f'(x) &= 2x \\ f''(x) &= 2 \qquad | > 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= 2x \qquad | : 2 \\ 0 &= x \end{aligned}$$

$$0 \neq 2 \ > 0$$

Das heißt am y-Wert 0 existiert ein Extremwert der noch berechnet werden müsste indem wir das Ergebniss der *ersten Ableitung* wieder in die Funktion einsetzten, und es handelt sich um einen **Tiefpunkt** da der Wert größer als 0 ist

$$f(0) = 0^2 = 0$$

Der Tiefpunkt ist also am Punkt (0|0).

3. Funktionen mit Parametern (Funktionsscharen)

3.1. Untersuchungen

3.1.1. Nullstellen

$$f_a(x) = x^2 - 2ax + 8a - 16$$

a) Zeigen sie, dass alle Graphen durch den Punkt S(4|0) verlaufen

Wir setzen also 4 *für* x *ein*:

$$\begin{aligned} f_a(4) &= 4^2 - 2a \cdot 4 + 8a - 16 \\ &= 16 - 8a + 8a - 16 \\ &= 0 \\ &\Rightarrow \text{alle Graphen verlaufen durch den Punkt S}(4|0) \end{aligned}$$

Das heißt das wir das x des Punktes einsetzen mussten und das y des Punktes als Ergbeniss erhalten mussten!

3.1.2. Extremwerte

b) Berechnen Sie die Koordinaten des Tiefpunktes der Graphen von f_a in Abhängigkeit von a.

$$\begin{aligned} f_a(x) &= x^2 - 2ax + 8a - 16 \\ f_a'(x) &= 2x - 2a \\ f_a''(x) &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= 2x - 2a && \mid : 2 \\ 0 &= x - a && \mid - a \\ a &= x \end{aligned}$$

Da $f''(a) = 2 > 0$ ist handelt es sich um einen **Tiefpunkt**).
Es gilt also[1]:

$$\begin{aligned} f(a) &= a^2 - 2a^2 + 8a - 16 \\ &= -a^2 + 8a - 16 \end{aligned}$$

Also T(a|$-a^2 + 8a - 16$), hier ist $x = a$ und $f(a) = y$.

[1]Hier wurde x durch a ersetzt